

式の展開・因数分解の利用（1）

学習日 月 日

年 組 番 氏名

(1) 連続する2つの整数がある。大きい方の数の平方と小さい方の数の平方との差は、その2つの整数の和に等しい。これについて次の問いに答えなさい。

(2) 連続する2つの整数がある。この2つの整数をそれぞれ2乗した整数の和から1を引いた数は、この2つの整数の積の2倍に等しいことを証明しなさい。

① 2つの整数が5と6のとき、確かめてみましょう。

$$\text{平方の差は } 6^2 - 5^2 = \square - \square = \square$$

$$\text{2つの数の和は } 6 + 5 = \square$$

② 自分で2つの数を用い、確かめてみましょう。

<例>

2つの数が \square と \square のとき

$$\text{平方の差は } \square^2 - \square^2$$

$$= \square$$

2つの数の和は

$$\square + \square = \square$$

2つの数が \square と \square

$$\text{平方の差は } \square^2 - \square^2$$

$$= \square$$

2つの数の和は

$$\square + \square = \square$$

③ これを次のように証明した。 \square にあてはまる式を書きなさい。

[証明]

連続する2つの整数を、 n , \square とすると、

これらの平方はそれぞれ \square , \square とおける。

ここで大きい方の数の平方と小さい方の数の平方との差は、

$$\begin{aligned} \square - \square &= \square \\ &= \square + \square \end{aligned}$$

となるから、連続する2つの整数で、大きい方の平方と小さい方の数の平方との差は、2数の和になることがわかる。

(3) 連続する2つの奇数がある。大きい方の奇数の平方から小さい方の奇数の平方をひいた数は、8の倍数になることを証明しなさい。



連続する2つの奇数は、 $2n+1$, $2n+3$ (n は自然数) と表されるよ。

式の展開・因数分解の利用（1）

(1) 連続する2つの整数がある。大きい方の数の平方と小さい方の数の平方との差は、その2つの整数の和に等しい。これについて次の問いに答えなさい。

① 2つの整数が5と6のとき、確かめてみましょう。

$$\text{平方の差は } 6^2 - 5^2 = \boxed{36} - \boxed{25} = \boxed{11}$$

$$\text{2つの数の和は } 6 + 5 = \boxed{11}$$

② 自分で2つの数を用い、確かめてみましょう。

<例>

<p>2つの数が $\boxed{7}$ と $\boxed{8}$ のとき</p> <p>平方の差は $\boxed{8}^2 - \boxed{7}^2$</p> <p style="text-align: center;">= $\boxed{15}$</p> <p>2つの数の和は</p> <p>$\boxed{8} + \boxed{7} = \boxed{15}$</p>		<p>2つの数が $\boxed{8}$ と $\boxed{9}$</p> <p>平方の差は $\boxed{9}^2 - \boxed{8}^2$</p> <p style="text-align: center;">= $\boxed{17}$</p> <p>2つの数の和は</p> <p>$\boxed{9} + \boxed{8} = \boxed{17}$</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

③ これを次のように証明した。□にあてはまる式を書きなさい。

[証明]

連続する2つの整数を、 n , $\boxed{n+1}$ とすると、

これらの平方はそれぞれ $\boxed{n^2}$, $\boxed{(n+1)^2}$ とおける。

ここで大きい方の数の平方と小さい方の数の平方との差は、

$$\begin{aligned} \boxed{(n+1)^2} - \boxed{n^2} &= \boxed{2n+1} \\ &= \boxed{n+1} + \boxed{n} \end{aligned}$$

となるから、連続する2つの整数で、大きい方の平方と小さい方の数の平方との差は、2数の和になることがわかる。

(2) 連続する2つの整数がある。この2つの整数をそれぞれ2乗した整数の和から1を引いた数は、この2つの整数の積の2倍に等しいことを証明しなさい。

[証明]

連続する2つ整数を n , $n+1$ とすると、
 求める数は、 $n^2 + (n+1)^2 - 1 = n^2 + (n^2 + 2n + 1) - 1$
 $= 2n^2 + 2n$
 $= 2n(n+1)$ となり、
 2つの整数の積の2倍に等しいことがわかる。

(証明終)

(3) 連続する2つの奇数がある。大きい方の奇数の平方から小さい方の奇数の平方をひいた数は、8の倍数になることを証明しなさい。

連続する2つの奇数は、 $2n-1$, $2n+1$ (n は自然数) と表せる。
 大きい方の奇数の平方から、小さい方の奇数の平方をひいた差は、
 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 - 4n + 1)$
 $= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + 4n - 1$
 $= 8n$

n は自然数であるから、 $8n$ は8の倍数である。

(証明終)



連続する2つの奇数は、
 $2n+1$, $2n+3$ (n は自然数)
 と表されるよ。