

2元1次方程式—いろいろな見方

(1) x, y が自然数であるとき、2元1次方程式 $5x+3y=45$ を満たす x と y の値の組 (x, y) を求めなさい。

[考え方]

変域に特に条件がついていないとき、2元1次方程式の解は無数にある。

この問題では、「変域が自然数である。」という条件をつけたことと式の形とから、解が有限個に限定されることがあるという例である。

「変域が自然数である。」という条件をどのように使うかがポイント。

基本である x, y の値の組をいくつか作ってみよう。

[解答]

$$5x+3y=45$$

この方程式を y について解くと

$$y=15-\frac{5}{3}x$$

y は自然数であるから、 $y=15-\frac{5}{3}x$ から

$15-\frac{5}{3}x$ は、自然数でなければならない。

したがって、 x は の倍数である。しかも、 y が自然数だから

$$x < \text{$$

したがって、 x は、 $< x <$ を満たす の倍数である。

よって、 $x=$,

$$x= \text{} \text{ のとき, } y=15-\frac{5}{3}\times \text{} = \text{$$

$$x= \text{} \text{ のとき, } y=15-\frac{5}{3}\times \text{} = \text{$$

答 $(x, y) = (\text{}, \text{}), (\text{}, \text{})$

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} 2x-y=4 \\ 5x+7y=29 \\ x-ay=1 \end{cases} \text{ が1つの解をもつように、} a \text{ の値を定めなさい。}$$

[考え方]

この問題のように3個の2元1次方程式を組み合わせたものも、連立方程式といえます。「どの2つを組にしても解は同じである。」という意味にとらえていいでしょう。

[解答]

3つの2元1次方程式が同じ解をもつことから、この解は連立方程式

$$\begin{cases} 2x-y=4 & \dots\dots (a) \\ 5x+7y=29 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

の解でもある。これを解くと

$$(a) \text{ より } y = \text{} \dots\dots (c)$$

$$(b) \text{ に代入して } 5x+7(\text{) = 29$$

$$5x + \text{} = 29$$

$$x = \text{} \dots\dots (d)$$

(d)を(c)に代入して

$$y = \text{$$

$$\text{よって } (x, y) = (\text{,)} \dots\dots (e)$$

この (x, y) の値の組は、 $x-ay=1$ を満たすから

$$(e) \text{ を代入して } \text{} = 1$$

$$a = \text{$$

答

$$a = \text{$$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2x+ay=13 \\ bx-2y=4 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ となるように、 a, b の値を定めなさい。
[解答]

答

$$a = \text{, } b = \text{$$

2元1次方程式—いろいろな見方

(1) x, y が自然数であるとき、2元1次方程式 $5x+3y=45$ を満たす x と y の値の組 (x, y) を求めなさい。

[考え方]

変域に特に条件がついていないとき、2元1次方程式の解は無数にある。

この問題では、「変域が自然数である。」という条件をつけたことと式の形とから、解が有限個に限定されることがあるという例である。

「変域が自然数である。」という条件をどのように使うかがポイント。

基本である x, y の値の組をいくつか作ってみよう。

[解答]

$$5x+3y=45$$

この方程式を y について解くと

$$y=15-\frac{5}{3}x$$

y は自然数であるから、 $y=15-\frac{5}{3}x$ から

$15-\frac{5}{3}x$ は、自然数でなければならない。

したがって、 x は の倍数である。しかも、 y が自然数だから

$$x < \text{$$

したがって、 x は、 $< x < \text{$ を満たす の倍数である。

よって、 $x = \text{$,

$$x = \text{$$
 のとき、 $y = 15 - \frac{5}{3} \times \text{$ =

$$x = \text{$$
 のとき、 $y = 15 - \frac{5}{3} \times \text{$ =

答 $(x, y) = (\text{$,) , (,)

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} 2x-y=4 \\ 5x+7y=29 \\ x-ay=1 \end{cases} \text{ が1つの解をもつように、} a \text{ の値を定めなさい。}$$

[考え方]

この問題のように3個の2元1次方程式を組み合わせたものも、連立方程式といえます。「どの2つを組にしても解は同じである。」という意味にとらえていいでしょう。

[解答]

3つの2元1次方程式が同じ解をもつことから、この解は連立方程式

$$\begin{cases} 2x-y=4 & \dots\dots (a) \\ 5x+7y=29 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

の解でもある。これを解くと

(a)より $y = \text{$ $\dots\dots (c)$

(b)に代入して $5x+7(\text{$) = 29

$$5x + \text{$$
 = 29

$$x = \text{$$
 $\dots\dots (d)$

(d)を(c)に代入して

$$y = \text{$$

よって $(x, y) = (\text{$,) $\dots\dots (e)$

この (x, y) の値の組は、 $x-ay=1$ を満たすから

(e)を代入して $\text{$ = 1

$$a = \text{$$

答

$$a = \text{$$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2x+ay=13 \\ bx-2y=4 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ となるように、 a, b の値を定めなさい。
[解答]

答

$$a = \text{$$
 , $b = \text{$