

連立方程式とその解

POINT

連立方程式

- 連立方程式 : 2つ以上の方程式を組み合わせたもの。
- 連立方程式の解 : それらのどの方程式も成り立たせる文字の値の組。
- 連立方程式を解く : 解を求めること。

(1) 50円と80円の切手を合わせて16枚買い、1100円を払いました。それぞれ何枚ずつ切手を買ったでしょう。50円、80円切手をそれぞれ x 枚、 y 枚として調べましょう。

① 切手の枚数と代金との間にある関係を方程式に表してみましょう。

枚数について (a)

代金について (b)

ただし、 x, y は自然数

② ①の方程式(a)が成り立つような x, y の値の組をすべて求めなさい。その一部分を次の表の空らんをうめて示しなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	...	15
y	<input type="text"/>		<input type="text"/>							

この表を作る際、式(a)を、 y について解いて
 $y = -x + 16$ (c)
 と変形しておくといいですね。

③ ②で求めた解の組の中で、方程式(b)を満たす組をみつけばいいわけです。どの組ですか。

$x =$, $y =$ をとると
 $50 \times$ $+ 80 \times$ $= 1100$

したがって、方程式(a), (b)を同時に満たす解の組は

$x =$, $y =$ だけです。

④ 方程式(a), (b)を同時に満たす解の組を見つけた①~③の過程を文字式で整理しようと、山田君は次のように表してみました。

$$\begin{cases} x+y=16 & \dots\dots (a) \\ 50x+80y=1100 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

そして(a), (b)を y について解いて

$$\begin{cases} y = \text{} & \dots\dots (c) \\ y = \text{} & \dots\dots (d) \end{cases}$$

としました。

このようにして、「方程式(a), (b)を同時に満たす解の組」は「方程式(c), (d)をも同時に満たす解の組」であるわけです。つまり、「同じ x の値に対して、方程式(c), (d)の y の値は等しい。」ということが出来ます。式で示すと

$$\text{} = \text{}$$

となります。文字が x だけの方程式に直し、この方程式を解くことになります。そして、

$$\begin{aligned} x &= 6 \\ \text{このとき(c)から} & \\ y &= 10 \end{aligned} \quad \text{答} \quad \begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}$$

のようにすることができます。

(2) 山田君はこの方法で、次の連立方程式を解いてみました。

$$\begin{cases} x+y=3 & \dots\dots (a) \\ x-y=1 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

(a)より $y =$ (c)

(b)より $y =$ (d)

(c), (d)から

$$\text{} = \text{}$$

$$x = \text{} \dots\dots (e)$$

(e)を(d)に代入して

$$y = \text{}$$

よって

$$\begin{cases} x = \text{} \\ y = \text{} \end{cases}$$

連立方程式とその解

POINT

連立方程式

- 連立方程式 : 2つ以上の方程式を組み合わせたもの。
- 連立方程式の解 : それらのどの方程式も成り立たせる文字の値の組。
- 連立方程式を解く : 解を求めること。

(1) 50円と80円の切手を合わせて16枚買い、1100円を払いました。それぞれ何枚ずつ切手を買ったでしょう。50円、80円切手をそれぞれ x 枚、 y 枚として調べましょう。

① 切手の枚数と代金との間にある関係を方程式に表してみましよう。

枚数について $x + y = 16$ (a)

代金について $50x + 80y = 1100$ (b)

ただし、 x, y は自然数

② ①の方程式(a)が成り立つような x, y の値の組をすべて求めなさい。その一部分を次の表の空らんをうめて示しなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	...	15
y	15	14	13	12	11	10	9	8		1

この表を作る際、式(a)を、 y について解いて
 $y = -x + 16$ (c)
 と変形しておくといいですね。

③ ②で求めた解の組の中で、方程式(b)を満たす組をみつければいわけです。どの組ですか。

$x = 6$, $y = 10$ をとると
 $50 \times 6 + 80 \times 10 = 1100$

したがって、方程式(a), (b)を同時に満たす解の組は

$x = 6$, $y = 10$ だけです。

④ 方程式(a), (b)を同時に満たす解の組を見つけた①~③の過程を文字式で整理しようと、山田君は次のように表してみました。

$$\begin{cases} x + y = 16 & \dots\dots (a) \\ 50x + 80y = 1100 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

そして(a), (b)を y について解いて

$$\begin{cases} y = -x + 16 & \dots\dots (c) \\ y = \frac{-5x + 110}{8} & \dots\dots (d) \end{cases}$$

としました。

このようにして、「方程式(a), (b)を同時に満たす解の組」は「方程式(c), (d)をも同時に満たす解の組」であるわけです。つまり、「同じ x の値に対して、方程式(c), (d)の y の値は等しい。」ということが出来ます。式で示すと

$$-x + 16 = \frac{-5x + 110}{8}$$

となります。文字が x だけの方程式に直し、この方程式を解くこととなります。そして、

$$\begin{aligned} x &= 6 \\ \text{このとき(c)から} \\ y &= 10 \end{aligned} \quad \text{答} \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 10 \end{cases}$$

のようにすることができます。

(2) 山田君はこの方法で、次の連立方程式を解いてみました。

$$\begin{cases} x + y = 3 & \dots\dots (a) \\ x - y = 1 & \dots\dots (b) \end{cases}$$

(a)より $y = -x + 3$ (c)

(b)より $y = x - 1$ (d)

(c), (d)から

$$-x + 3 = x - 1$$

$$x = 2 \quad \dots\dots (e)$$

(e)を(d)に代入して

$$y = 1$$

よって

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$