

# 2元1次方程式とその解

## POINT

### 2元1次方程式

$$ax+by=c$$

「2つの文字をふくむ1次方程式」を2元1次方程式という。

[注] 方程式  $2x+1=5$  は、文字が1つなので1元1次方程式ともいう。

(1) 「50円切手と80円切手とを合わせて、1100円買いました。」という文章からどんなことがわかるでしょうか。  
 という問いに対して、山田君は右のように考えました。

各切手の枚数	50円切手の代金	80円切手の代金
1	50	80
2	100	160
3	150	240
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

① 山田君の考え  
 (50円切手の代金)  
 + (80円切手の代金)  
 = 1100

このことを、次のような表で調べました。

表から、50円切手の枚数  枚、80円切手の枚数  枚  
 の組と  枚、 枚

の2組が考えられることがわかりました。

② 山田君は考えを進めて

50円切手  $x$  枚、80円切手  $y$  枚として、次の式を作りました。

$$\boxed{\phantom{50x+80y=1100}} \quad \text{ただし、} x, y \text{ は自然数}$$

③ ②で得た式を  $y$  について解くと

$$y = \frac{110 - \boxed{\phantom{50x}}}{8} = \frac{5(\boxed{\phantom{22-5x}})}{8}$$

となり、 $x, y$  は自然数であることを使って

$$\begin{cases} x = \boxed{\phantom{0}} \\ y = \boxed{\phantom{0}} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \boxed{\phantom{0}} \\ y = \boxed{\phantom{0}} \end{cases}$$

を得ました。

④ 続いて、山田君は「 $x, y$  は自然数である」という条件をはずしたらどうなるかを調べることにしました。方程式は

$$5x+8y=110$$

として調べました。調べ方は、方程式を  $y$  について解いて

$$y = \frac{110-5x}{8}$$

とし、 $x, y$  の値の組を求めました。次の表です。

$x$	...	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
$y$		<input type="text"/>	$\frac{55}{4}$	$\frac{105}{8}$	$\frac{25}{2}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	

⑤ 「 $x, y$  は自然数」という条件をはずすと、2元1次方程式の解について、次のことが明らかになりました。山田君はこのことを、次のようにまとめました。

### まとめ

2元1次方程式の解

- 方程式を成り立たせる2つの文字の値の組を、2元1次方程式の  という。
- 解の個数は、 $x, y$  の  によって定まる。  
 例えば、「変域を数全体とすると解は  にある」となる。

# 2元1次方程式とその解

## POINT

### 2元1次方程式

$$ax+by=c$$

「2つの文字をふくむ1次方程式」を2元1次方程式という。

[注] 方程式  $2x+1=5$  は、文字が1つなので1元1次方程式ともいう。

(1) 「50円切手と80円切手とを合わせて、1100円買いました。」という文章からどんなことがわかるでしょうか。  
 という問いに対して、山田君は右のように考えました。

① 山田君の考え  
 (50円切手の代金)  
 + (80円切手の代金)  
 = 1100

このことを、次のような表で調べました。

各切手の枚数	50円切手の代金	80円切手の代金
1	50	80
2	100	160
3	150	240
4	200	320
5	250	400
6	300	480
7	350	560
8	400	640
9	450	720
10	500	800
11	550	880
12	600	960
13	650	1040
14	700	1120
15	750	1200
16	800	1280

表から、50円切手の枚数 6 枚、80円切手の枚数 10 枚  
 の組と 14 枚、5 枚

の2組が考えられることがわかりました。

② 山田君は考えを進めて

50円切手  $x$  枚、80円切手  $y$  枚として、次の式を作りました。

$$50x+80y=1100$$

ただし、 $x, y$  は自然数

③ ②で得た式を  $y$  について解くと

$$y = \frac{110 - 5x}{8} = \frac{5(22 - x)}{8}$$

となり、 $x, y$  は自然数であることを使って

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 14 \\ y = 5 \end{cases}$$

を得ました。

④ 続いて、山田君は「 $x, y$  は自然数である」という条件をはずしたらどうなるかを調べることにしました。方程式は

$$5x+8y=110$$

として調べました。調べ方は、方程式を  $y$  について解いて

$$y = \frac{110 - 5x}{8}$$

とし、 $x, y$  の値の組を求めました。次の表です。

$x$	...	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
$y$		<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\frac{115}{8}</math></span>	$\frac{55}{4}$	$\frac{105}{8}$	$\frac{25}{2}$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\frac{95}{8}</math></span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\frac{45}{4}</math></span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\frac{85}{8}</math></span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span>	

⑤ 「 $x, y$  は自然数」という条件をはずすと、2元1次方程式の解について、次のことが明らかになりました。山田君はこのことを、次のようにまとめました。

### まとめ

2元1次方程式の解

・方程式を成り立たせる2つの文字の値の組を、2元1次方程式の 解 という。

・解の個数は、 $x, y$  の 変域 によって定まる。

例えば、「変域を数全体とすると解は 無数 がある」となる。