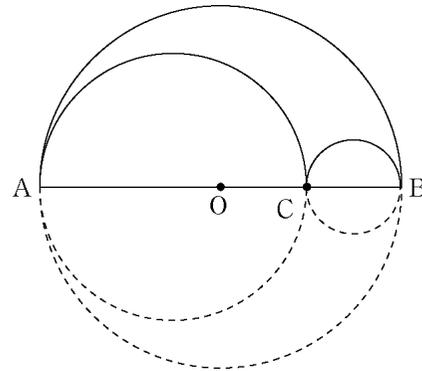


式の利用 (1)

(1) 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O があります。直径 AB 上に点 C をとり、線分 AC, CB を直径とする円をかきました。A から B へ行くのに、 \widehat{AB} 上に行く場合と \widehat{AC} に続いて \widehat{CB} 上に行く場合とで、どちらの道のりが長いでしょうか。次の順に考えてみましょう。



<考え方 1>

3つの円の直径を $AB=12\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ として、考えてみましょう。このとき

$$\widehat{AB} = \boxed{}$$

$$\widehat{AC} = \boxed{}$$

$$\widehat{CB} = \boxed{}$$

であることから

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$$

したがって、点 C が直径 AB 上に $AC=8\text{cm}$, $CB=4\text{cm}$ の位置にあるとき、 \widehat{AB} 上に行く場合と \widehat{AC} に続いて \widehat{CB} 上に行く場合の道のりは等しい、と判断できます。

<考え方 2>

文字を使った説明を試みましょう。

$$AC=2a, BC=2b$$

とおいて、<考え方 1>と同様に考えてみましょう。

3つの直径 AB, AC, BC の間には

$$\boxed{}$$

の関係があります。また、

$$\widehat{AC} = \boxed{}$$

$$\widehat{CB} = \boxed{}$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} \widehat{AC} + \widehat{CB} &= \pi a + \pi b \\ &= \pi (a+b) \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

一方

$$\begin{aligned} AB &= AC + CB = 2a + 2b \\ &= 2(a+b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} \widehat{AB} &= \frac{1}{2} \times 2\pi (a+b) \\ &= \pi (a+b) \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

したがって①, ②から

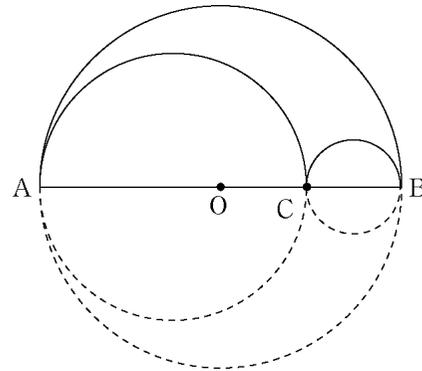
$$\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$$

文字 a は、 $0 \leq a \leq OA$ の条件を満たすどんな数でもよいので、

「点 C が直径 AB 上のどの位置にあっても \widehat{AC} , \widehat{CB} 上に行く行き方は、つねに \widehat{AB} 上に行く行き方と等しい道りになる」ことが判明したことになります。

式の利用 (1)

(1) 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O があります。直径 AB 上に点 C をとり、線分 AC, CB を直径とする円をかきました。A から B へ行くのに、 \widehat{AB} 上に行く場合と \widehat{AC} に続いて \widehat{CB} 上に行く場合とで、どちらの道のりが長いでしょうか。次の順に考えてみましょう。



<考え方 1>

3つの円の直径を $AB=12\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ として、考えてみましょう。このとき

$$\widehat{AB} = \frac{1}{2} \times \left(2\pi \times \frac{12}{2} \right) = 6\pi$$

$$\widehat{AC} = \frac{1}{2} \times \left(2\pi \times \frac{8}{2} \right) = 4\pi$$

$$\widehat{CB} = \frac{1}{2} \times \left(2\pi \times \frac{4}{2} \right) = 2\pi$$

であることから

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$$

したがって、点 C が直径 AB 上に $AC=8\text{cm}$, $CB=4\text{cm}$ の位置にあるとき、 \widehat{AB} 上に行く場合と \widehat{AC} に続いて \widehat{CB} 上に行く場合の道のりは等しい、と判断できます。

<考え方 2>

文字を使った説明を試みましょう。

$$AC=2a, BC=2b$$

とおいて、<考え方 1>と同様に考えてみましょう。

3つの直径 AB, AC, BC の間には

$$AB = AC + CB$$

の関係があります。また、

$$\widehat{AC} = \frac{1}{2} \times 2\pi a = \pi a$$

$$\widehat{CB} = \frac{1}{2} \times 2\pi b = \pi b$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} \widehat{AC} + \widehat{CB} &= \pi a + \pi b \\ &= \pi(a+b) \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

一方

$$\begin{aligned} AB = AC + CB &= 2a + 2b \\ &= 2(a+b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} \widehat{AB} &= \frac{1}{2} \times 2\pi(a+b) \\ &= \pi(a+b) \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

したがって①, ②から

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$$

文字 a は、 $0 \leq a \leq OA$ の条件を満たすどんな数でもよいので、

「点 C が直径 AB 上のどの位置にあっても \widehat{AC} , \widehat{CB} 上に行く行き方は、つねに \widehat{AB} 上に行く行き方と等しい道りになる」ことが判明したことになります。